

【使用テクニック例】

(1)「平均値の定理」 関数 $f(x)$ が、 $a \leq x \leq b$ で連続で $a < x < b$ で微分可能のとき $f(b) - f(a) = f'(c)(b-a)$ ($a < c < b$) となる c が存在する。

グラフ的には、2点 $(a, f(a))$ と $(b, f(b))$ の傾きが、接線の傾き $f'(c)$ と等しいということである。

これはよく、解けない漸化式の極限を求める際に、 $|a_{n+1} - \alpha| < k|a_n - \alpha|$ を導くのに使われることが多い。 α は数列 a_n の極限值

(2) $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} = \sqrt{a^2 + b^2} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$, ここで θ は $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ と $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ のなす角、

この行列は、 θ の回転と $\sqrt{a^2 + b^2}$ 倍の相似変換の合成変換

(3)無限等比級数の和 $\sum_{n=1}^{\infty} a_1 r^{n-1} = \frac{a_1}{1-r}$, ただし、 $|r| < 1$

(4)ベクトル $\vec{a} = (x_1, y_1)$ と $\vec{b} = (x_2, y_2)$ が平行 $\Leftrightarrow x_1 y_2 - x_2 y_1 = 0$

(5) $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \log |f(x)| + C$

(6)極方程式、 $r = ae^{k\theta} \Leftrightarrow (x, y) = (ae^{k\theta} \cos \theta, ae^{k\theta} \sin \theta)$

(7)曲線の長さ、 $L = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\theta}\right)^2} d\theta$, $\alpha \leq \theta \leq \beta$